

教室

# RC構造物の設計 (その5)

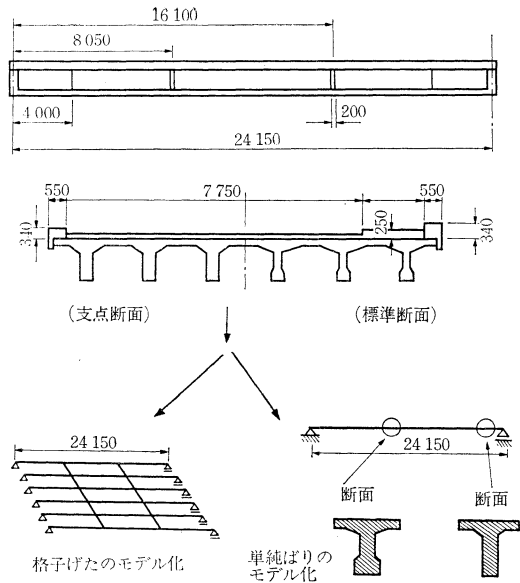
[Q] 断面力の求め方を教えてください。

[A] 構造物を設計する際の曲げモーメント、せん断力、軸力など（以下、断面力という）は、構造解析によって算定されます。与えられた荷重に対して、対象構造物に作用する断面力を高い精度で予測することが、構造解析の目指す目標です。したがって、構造物を構成している材料の応力-ひずみ関係が直線とならないことや、変形によって二次的効果を生ずること（たとえば、軸力を受けている柱が水平力によりたわんで軸力の中心が断面図心からずれるために曲げモーメントが発生する等）、構造物細部が複雑な幾何形状をなしていることなどのすべてを高い精度で考慮できる構造解析を行うことが可能ならば、それがもっとも合理的と考えられます。しかしながら、構成材料の力学的な特性がまだ不明な点も多く、また非線形解析は計算そのものも労力がかかるため、このような解析法を実用に供するのは困難な現状です。そこで、

1) 構造物の形状を、その細部を無視した概略の形状や作用する荷重に応じ、はり、柱、ラーメン、アーチ、スラブ、シェル、あるいはこれらの構造要素の組合せとして構造モデル化します。これが形状のモデル化と言われるもので、幅や厚さのある構造物がこの段階で点と線の構造モデルに置き換えられるわけです。形状のモデル化にあたっては、構造物の力学的特性がよく反映されるように注意することが必要です。

2) 形状のモデル化に続いて、境界条件（支点あるいは節点の条件）の理想化を行います。上下および水平方向の移動と回転ができない支点（固定支点）や回転自由の節点（ヒンジ）などの仮定がこれです。また、断面内のひずみ分布の仮定（通常、直線分布とする）や変形の大きさの仮定（通常、二次的効果を生じない範囲とする）も、この段階のモデル化です。そして、

3) 応力状態および応力-ひずみ関係の仮定を行います。このようにモデル化したのち、これに最適な構造解



図一 単純Tげた道路橋の形状モデル化

析理論を用いて断面力を近似的に算定するのです。

以上のプロセスを実例を挙げて説明してみましょう。

図一はポストテンション単純Tげた道路橋の概略を示したもので、支間方向に長いはりが道路の幅員方向に6本並列にあり、さらに、これらのはりが2箇所で開催はりによって互いに結合されています。この構造は、図一のように、はり部材が格子状に結合されているものに荷重が作用するものとモデル化できます。これが、上記1)の形状のモデル化および2)の境界条件のモデル化です。これらのほかに、材料が弾性体であるとの仮定（上記3)のモデル化)を用いれば、格子げたの理論を用いることによって各主げたに作用する断面力を求めることができるわけです。このようなモデル化のほかに、荷重が6本の主げたに均等に加わり、主げたが独立に単純ばりとして作用するというモデル化も可能です(図一)。しかし、このモデルでは横げたの存在が無視されているので、計算される断面力も真の値から離れている恐れがあることには注意が必要です。この差を考慮して、単純ばりとして求めた断面力に補正を加えさえすれば、設計断面力として用いることもできます。

このプロセスは、あくまでも実際を理想化した状態に置き換えたものであることを忘れてはなりません。たとえば、局所的な応力集中は1)のモデル化で無視されているため、必要に応じて補強を行わないと思わぬエラーを被ることになります。また、2)のモデル化で、厳密には不可能な境界条件（支点上で曲げモーメントゼロや支点上で軸方向に摩擦力ゼロの仮定など）を仮定して解を得ることがほとんどです。しかし、実際にこのような条件を満足する支点や節点はないので、計算された断面力

は、実際とは相違することになります。このとき、支点を解析した条件と合うように設計することも行われますが、コンクリート構造では、モデルで採用した条件と等しくするのは困難なことが少なくありません。

以上、構造設計のプロセスをまとめると図-2のように書くことができます。

限界状態設計法における断面力算定（構造解析）について、もう少し具体的に説明してみましょう。

まず、使用および疲労限界状態における断面力算定について述べます。

使用および疲労限界状態では、材料に生ずる応力度は、応力-ひずみ関係がほぼ直線である範囲内にあるため、材料を弾性体と仮定します（上記3）のモデル化）。また変形も小さいため、変形の二次的効果を見捨てる（同じく2）のモデル化）します。このような仮定に基づく解析を線形解析と言います。使用および疲労限界状態における断面力の算定は線形解析によるのが原則です。

解析方法で、（線形）有限要素法といった、汎用性が高く、高精度で数値解を求める方法も確立されています。

設計においてもっとも頻繁に用いられる線形の構造解析理論として、はり理論が筆頭に挙げられます。弾性論によれば、断面寸法に対して長手方向の寸法が大きい部材、すなわちはり部材においては、以下の方程式が導かれます。

$$1/\rho = -d^2w/dx^2 \quad \text{変形の適合条件} \quad (1)$$

$$d^2M/dx^2 = -p \quad \text{釣合い式} \quad (2)$$

$$M = EI/\rho \quad \text{構成式} \quad (3)$$

ただし、 $\rho$ ：曲率半径（ $1/\rho$ ：曲率）、 $w$ ：たわみ、 $x$ ：断面図心を結んだ軸線、 $p$ ：分布荷重、 $EI$ ：断面剛性（ $E$ ：ヤング係数、 $I$ ：断面二次モーメント）

ここで、式(2)は上記の仮定によらず、力の釣合いのみから導かれる式ですが、式(1)では変形が微小であることの仮定が、また式(3)では材料が弾性体であることの仮定が、それぞれ用いられています。断面力を求めるには、境界条件を満足するように上式を解けばよいのです\*。この解析法は、コンクリートにひびわれが発生しない状態では、用いている仮定が実情に近いため、信頼性の高い結果を与えます。ひびわれが生ずる場合では、材料が弾性範囲にあっても、ひびわれのために断面二次モーメントが低下し、したがって剛性が低下します。しかし、静定構造では式(2)のみで断面力が求まるので、剛性が変化しても問題はありせん。不静定構造では、厳密にはこの低下を考慮する必要がありますが、実際に断面力を求めるには、部材相互の剛性の比のみが必要なの

(注) これは弾性論的な解法であって、実際にはあまり用いられない。実際に用いられる方法は、応用力学(構造力学)で展開されるより具体的な方法である。

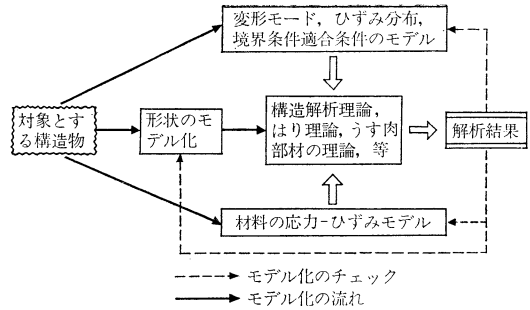


図-2 構造解析の流れ

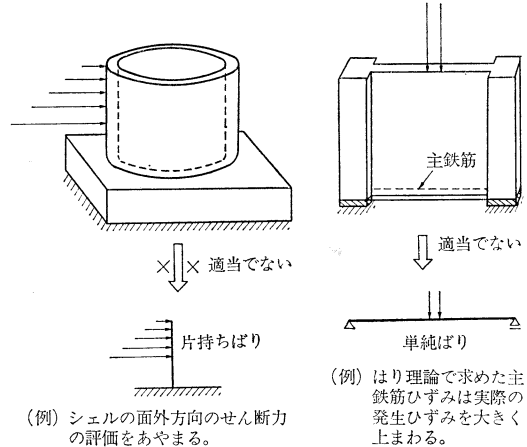


図-3 不適当なモデル化の例

で、各部材の剛性低下が同程度なら、この場合もあまり問題になりません。

さらに、剛性を一定とした構造解析による断面力は、剛性の低下を考慮した解析による断面力に比較して安全側の近似となります。このように、使用および疲労限界状態における断面力算定は、実用的観点からも線形解析が便利なのです。

なお、面的広がり卓越しているようなシェル構造物を解く際には、はり理論を用いることは不適当となります。たとえば、図-3のような構造物をはり理論に置き換えて計算を行うと、大きなミスを犯す場合もあります。この場合は、面的広がりを考慮した解析法によらなければなりません。

土木学会の「コンクリート構造の限界状態設計法指針(案)」(以下、単に指針(案))では、終局限界状態、すなわち部材断面の破壊や構造物の崩壊をチェックする際の断面力算定も、使用および疲労限界同様に線形解析によって求めてよいことになっています。これは意外に思われるかも知れませんが、豊富な実績から、解析の信頼性がおおよそ経験的に分かっているからで、諸外国でもおおむねこの方法によっています。しかし、ひびわれの発生や部材断面に発生する大きなひずみによる材料剛性の低下により部材としての剛性が低下し、さらに変形も

大きくなることを考えると、線形解析で求めた結果は合理的なものとは言えません。とくに不静定構造のように、断面力が断面剛性の比によって決定されるものでは、実際よりも断面力を大きく見積もったり、逆に過小に評価したりするため、合理的で安全な設計ができなくなります。

このようなことから、構造形式の特徴を考慮して非線形解析により、断面力を算定する手法が提案されています。

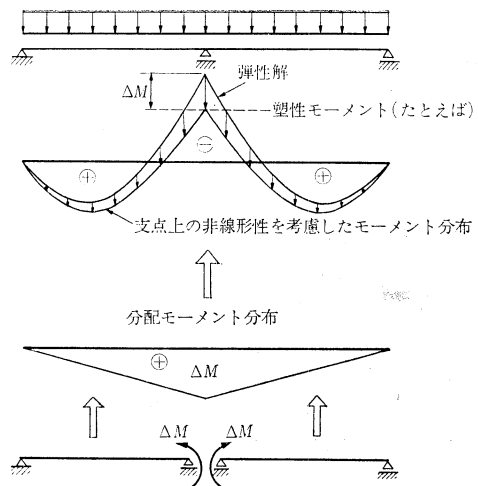
このような非線形解析の一つとして、式(3)で材料の非線形性を考慮する際に、モーメント-曲率関係の剛性を、実際のものと同値と思われる低減した部材剛性を用いる方法があります。式(1)と式(2)は、変形が微小のとき、はりに対して一般に成り立つので、これらはそのまま用います。したがって、この方法は厳密には非線形解析とは言えませんが、通常、非線形解析の一種として分類されています。

一方、上記の解析法の特殊形として塑性解析法があります。これは終局状態において、いちじるしい非線形性を示す断面が局部に限定され、他の断面はそれに比較して弾性的あるいは剛体的に挙動することを理想化した解析法です。

連続はり、ラーメン、連続スラブ等の不静定構造物の実用的な塑性解析法としてしばしば用いられるものとして、モーメント再分配法があります。図-4のように、部材に作用するモーメントのもっとも大きい断面で、鉄筋が塑性化して、支点近傍が局部的に曲げモーメントが変化しないで曲率のみが増加する状態になったとき、この部分は、一定の曲げモーメントを分担するヒンジのように挙動(塑性ヒンジという)します。このような部分が生ずると、構造物各部のモーメントの分担率が線形解析のそれと比較して変化します。このときのモーメント分布は、この断面でのモーメントが確定すれば、式(1)から簡単に計算することができます(図-4参照)。ただし、この断面の塑性回転能(一定のモーメントをもちつつ曲率のみが増加し得ること)が十分保証されていなければ、解析と実際の整合性がとれなくなる点には注意が必要です。

この計算法を基礎として、指針(案)においては、終局状態の検討を行う場合は、支点上の曲げモーメントを最大15%の範囲内で再配分できることを規定しています(ただし、再配分したのちのモーメント値についての制限、ならびに再配分する場合の鉄筋比について規定が設けられている)。

さらに、材料および幾何非線形性を考慮したもっとも厳密な非線形解析法も提案されており、二次元あるいは三次元的広がりを考慮した有限要素法などがこれに対応し



注) 支点上で  $\Delta M$  だけ分配され、はり全体として、式(1)のはり理論によってモーメントが変化する。これは、上図の2つのはりに端モーメント  $\Delta M$  が加わったときのモーメント分布として求めることができる。

図-4 モーメントの再配分の塑性解析法

ます。これは、適用範囲が広範であるという魅力をもちますが、断面特性や材料特性の非線形性等が十分解明されておらず、汎用性の観点からは、まだ確立された段階にまでは到達していない研究途上の方法です。

限界状態設計法では適切な構造解析係数を用いることで、これらの非線形解析法を用いることができます。現時点では、すべての構造形式に適用できる解析手法はまだ確立されていないのが現状であり、線形解析(および断面剛性の低下を考慮した線形解析法)による方法が主体となっています。

以上、限界状態設計法における構造解析について説明をしました。許容応力度設計法における構造解析の方法は、限界状態設計法のうちの使用および疲労限界状態における構造解析の方法と同様です。これは、許容応力度設計法でも、検討の対象が材料を弾性体としてよい状態にあるからです。ただし、許容応力度設計法では、得られた断面力から応力度を計算する点で、限界状態設計法との相違が生ずることがあります。すなわち、限界状態設計法では、断面力の算定とは独立に、材料強度と断面形状のみから断面耐力を計算しますが、許容応力度設計法では、材料強度のほかに応力度の算定方法を考えて許容応力度を定めることがあります。このよい例は、せん断応力の場合です。この点を除き、構造解析の方法は設計法による差はありません。

#### 参考文献

- 1) 昭和58年土木学会コンクリート構造の限界状態設計法指針(案)
- 2) 岡村甫ほか: 限界状態設計法セミナー, 非線形解析プログラム研究会編

(担当: 前川宏一)